

Scheda di esercizi 2

Contare gli elementi di un insieme - Questioni più articolate

1. Considera le sequenze di quattro lettere dell'alfabeto italiano.
 - a) Quante sono in totale?
 - b) Quante sono quelle che contengono la lettera A unicamente al primo e all'ultimo posto?
 - c) Quante sono quelle che non contengono doppie, ossia lettere consecutive uguali?
 - d) Il numero di sequenze aumenta di più se consideriamo sequenze di 5 lettere dell'alfabeto italiano o se consideriamo sequenze di 4 lettere aggiungendo la lettera K all'alfabeto? Giustifica.

2. Due rifugi alpini sono collegati tra loro da 6 diversi sentieri. Vuoi andare dal primo al secondo rifugio e poi ritornare, percorrendo due sentieri differenti all'andata e al ritorno. Quanti percorsi diversi puoi fare?

3. Quanti sono gli anagrammi della parola LIGABUE? E tra questi, quanto sono quelli che iniziano per LIGA?

4. a) Ho acquistato 7 libri e tra essi ne voglio scegliere 3 da leggere in vacanza. Quante scelte posso fare? b) E se invece ne intendo lasciare 3 a casa, quante scelte posso fare?

5. Mostra che per ogni numero naturale n valgono le seguenti uguaglianze:

$$\frac{(n+1)!}{n \cdot (n-1)!} = n+1, \quad \text{con } n \geq 1 \qquad \frac{n! + (n+1)!}{n+2} = n!$$

6. [Test ingresso nazionale, corsi di laurea scientifici 2008] Il codice per aprire un lucchetto è costituito da una sequenza di quattro cifre (da 0 a 9). Ho dimenticato il codice, ma mi ricordo che le cifre sono tutte distinte e che tra le prime tre cifre ci sono sicuramente i numeri 6 e 9. Quante sequenze di quattro numeri dovrei provare per essere certo di aprire il lucchetto?

(A) 100 (B) 118 (C) 336 (D) 600

7. Tra i numeri di 5 cifre, quanti sono i multipli di 10?

8. Quante sono le diverse sequenze di 10 lanci di un dado in cui esce lo stesso numero al primo e all'ultimo lancio?

9. Considera le password di 4 caratteri, ciascuno scelto tra le lettere dell'alfabeto italiano.

- a) Quante password hanno solo i primi 3 caratteri uguali?
- b) Quante invece hanno esattamente 3 caratteri uguali?

10. I quattro flautisti e i tre violinisti di un complesso devono sedersi in fila. Se tutti i musicisti che suonano lo stesso tipo di strumento devono sedersi uno accanto all'altro, in quanti modi possono sistemarsi?

11. Da un mazzo di 40 carte, 10 per ogni seme, estraggo contemporaneamente 2 carte. In quanti modi posso così ottenere due carte di bastoni?

12. Tre adulti e quattro bambini intendono percorrere una via ferrata in montagna. Devono stare in fila indiana e si vuole che il primo e l'ultimo della fila siano adulti. In quanti modi possono disporsi?

13.

- a) Quante parole di 5 caratteri si possono formare con le lettere A, B, C, D?

- b) Nel modello di Maxwell–Boltzmann si dispongono n particelle distinguibili tra loro in s regioni di un certo spazio. In altre parole, ad ogni particella si assegna una regione. Se $n = 5$ e $s = 4$, quante configurazioni si possono così realizzare? E in generale?
- c) Il problema delle particelle e quello delle parole sono analoghi. Indica quali elementi si corrispondono.

14. Le targhe automobilistiche portoghesi dal 1937 al febbraio 2020 erano costituite da sequenze della forma

2 cifre – 2 cifre – 2 lettere oppure 2 cifre – 2 lettere – 2 cifre oppure 2 lettere – 2 cifre – 2 cifre

- a) Quante targhe di tale tipo si possono formare?
- b) Alle targhe dell'esercito sono riservate le coppie di lettere MX, MG, ME. Quante erano le possibili targhe portoghesi di questo tipo?
- c) Quante erano le possibili targhe portoghesi costituite da caratteri (lettere e cifre) diversi tra loro?

15. Il codice fiscale è una sequenza del tipo:

6 lettere – 2 cifre – 1 lettera () – 2 cifre (**) – 1 lettera e 3 cifre – 1 lettera (***)*

Precisamente:

- (*) identifica il mese di nascita, dunque può essere scelta tra 12;
- (**) per gli uomini sono le due cifre del giorno di nascita; per i giorni del mese dall'1 al 9, la prima cifra è 0; per le donne si somma 40 al giorno di nascita;
- (***) resta determinata una volta fissati gli altri caratteri della sequenza, secondo un algoritmo predefinito.

- a) Quante sequenze si possono formare nel caso in cui il mese di nascita sia gennaio?
- b) In realtà, il blocco costituito da 1 lettera e 3 cifre identifica il comune italiano oppure lo stato estero di nascita. Al 15 ottobre 2021 i comuni italiani erano 7904 e gli stati erano 248. Se tieni conto di questa ulteriore informazione, quante sequenze (con mese di nascita gennaio) puoi formare?

16. G.P. Harsdorfer nel testo “Ricreazione” del 1651 riporta la strofa costituita dai due versi:

*Onore, arte, denaro, bene, amore, moglie e figlio
l'uomo li ha cercati, sentiti, sperati e persi*

L'autore considera le strofe che si ottengono modificando l'ordine dei 7 sostantivi in corsivo nel primo verso e l'ordine dei 3 verbi in corsivo nel secondo verso. Quante strofe si ottengono in questo modo?

17. Cerca sul testo di geometria cosa si intende per *diagonale di un poligono*.

- a) Disegna un pentagono e traccia tutte le diagonali. Quante sono?
- b) Prova a individuare una formula generale per il numero di diagonali di un poligono di n lati, con $n > 3$.
- c) Verifica se la formula trovata è corretta per un quadrilatero e per il pentagono che hai considerato al punto a).

18. Una commissione predispose una prova d'esame con quesiti di storia, fisica e inglese; per ciascuna disciplina vengono preparati 3 quesiti. Si decide che la prova debba essere costituita da 8 quesiti, scelti tra quelli predisposti. Quante prove diverse possono essere realizzate?

19. Consideriamo una versione del gioco del poker in cui si utilizza un mazzo da 32 carte (A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7 di quattro semi) e al giocatore si distribuiscono contemporaneamente 5 carte. Non si possono cambiare le carte ricevute.

- a) In quanti modi si può realizzare un “poker” (ossia 4 carte dello stesso valore e 1 carta di valore diverso)?
- b) Ho ricevuto gli assi di cuori, quadri e picche. In quanti modi posso realizzare un “full” (ossia 3 carte dello stesso valore e altre 2 carte di valore uguale tra loro)?
- c) In quanti modi si possono ricevere le carte?
- d) Prova a valutare la probabilità di realizzare un “poker”.

Risultati

- 1. a) 194.481 b) 400 c) 168.000
- 2. 30
- 3. 5040 ; 6
- 4. a) 35
- 5. Non dato
- 6. 336
- 7. 9.000
- 8. 6^9
- 9. a) 420 b) 1680
- 10. 288
- 11. 45
- 12. 720
- 13. a) 1.024 b) $1.024 \cdot s^n$
- 14. a) 15.870.000 b) 90.000 c) 7.650.720
- 15. a) $26^7 \cdot 10^5 \cdot 62$ b) $26^6 \cdot 10^2 \cdot 62 \cdot 8152$
- 16. 30.240
- 17. Non dato
- 18. Non dato
- 19. a) 224 b) 42 c) 201.376